

**Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně
Ústav konstruování**

**KONSTRUOVÁNÍ STROJŮ
strojní součásti**

Přednáška 6



Předepjaté šroubové spoje

*The greater our knowledge increases, the
greater our ignorance unfolds.*
JOHN F. KENNEDY

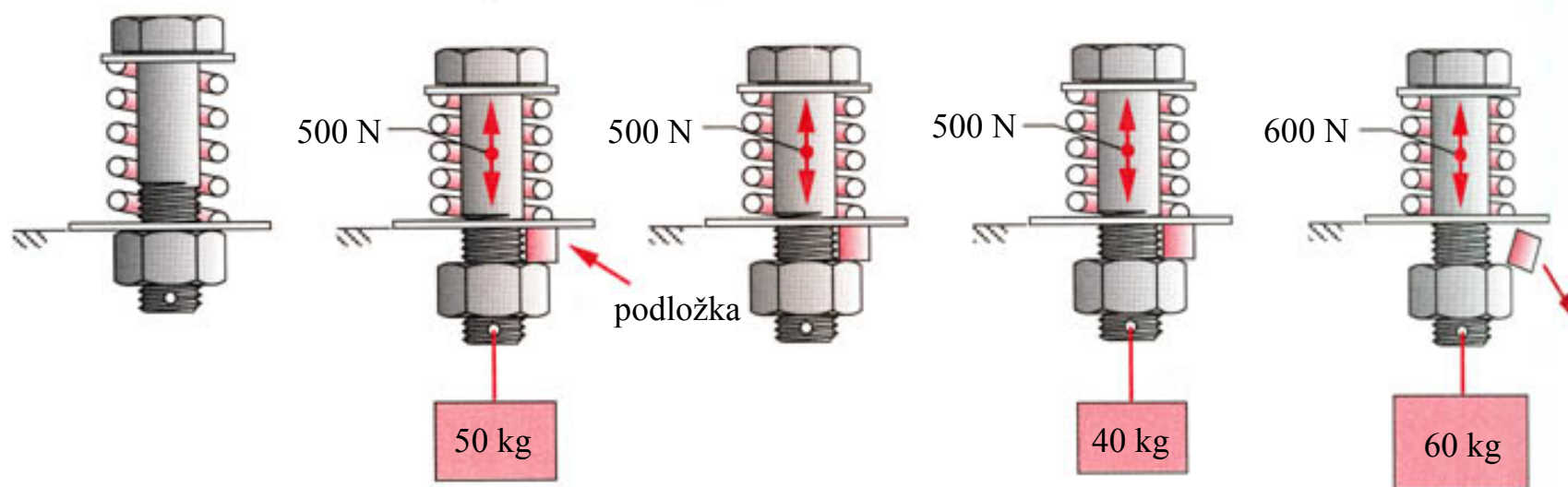
Obsah

Předejpaté šroubové spoje

- Princip předejpatého šroubového spoje.
- Tuhost.
- Tuhost šroubu.
- Tuhost spojovaných součástí.
- Silové poměry u šroubového spoje zatíženého tahovou silou.
- Staticky zatížený šroubový spoj
- Utahovací moment.
- Dynamicky zatížený šroubový spoj
- Bezpečnost dynamicky zatíženého spoje.

Předejraté šroubové spoje

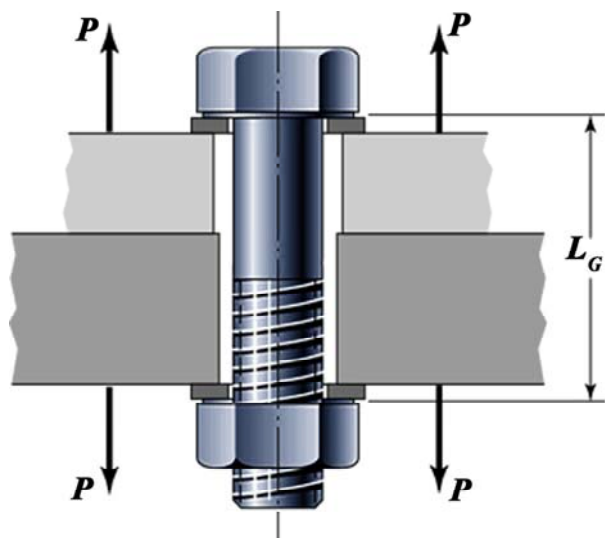
V naprosté většině případů se šroub při montáži utáhne tak, aby ještě před působením provozní síly v něm vznikla osová síla **předpětí**. Ta způsobí prodloužení šroubu a stlačení spojovaných součástí, takže mezi šroubem a maticí vzniká **silový styk**. Následně po utažení je spoj zatížen stálou nebo proměnlivou provozní silou. Šrouby používané pro předejraté spoje bývají vysoce namáhány.



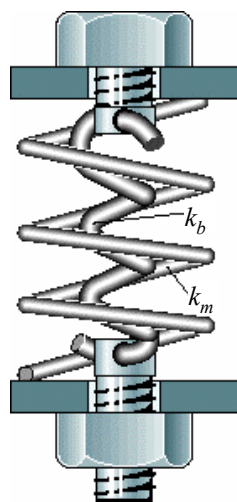
Šroubový spoj zatížený tahovou silou

Protože deformace šroubu i spojovaných součástí při zatížení provozní silou je stejně veliká, je možné šroubový spoj modelovat jako **soustavu dvou paralelně řazených pružin**. Pružina o tuhosti k_m představuje předpětím stlačené příruby, zatímco pružina o tuhosti k_b reprezentuje předpětím prodloužený šroub.

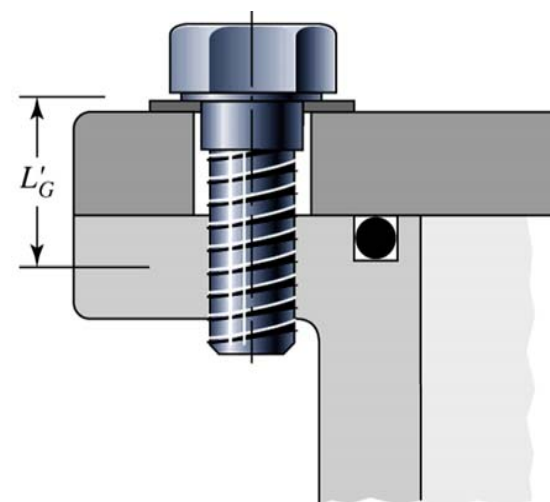
Spoj maticovým šroubem



Model šroubového spoje



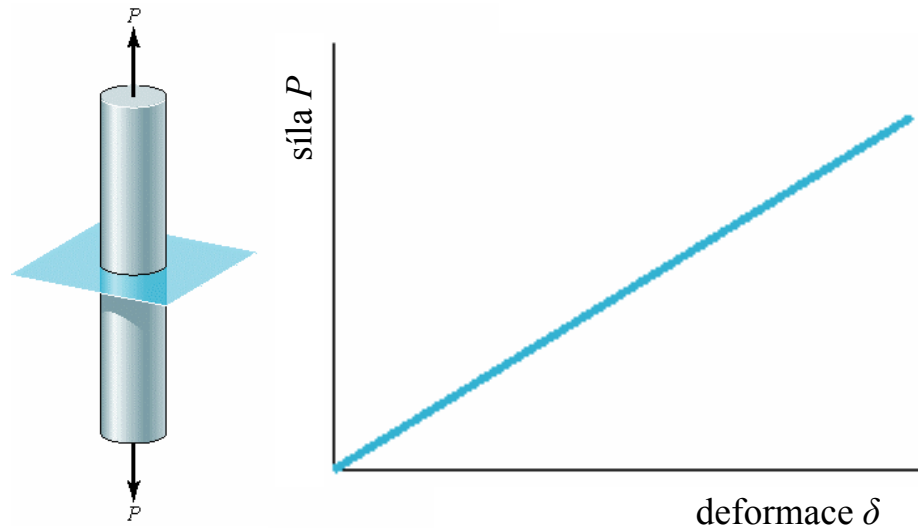
Spoj šroubem bez matice



Tuhost

Materiál je lineárně pružný, je-li závislost mezi deformací a silou lineární a při zatěžování nedojde k překročení meze kluzu. Konstanta úměrnosti k mezi deformací δ a silou P se nazývá **tuhost**.

Závislost síla versus deformace



Hookeův zákon

$$\sigma = \varepsilon E, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$\sigma = \frac{\text{síla}}{\text{plocha}} = \frac{P}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{\text{deformace}}{\text{délka}} = \frac{\delta}{l}$$

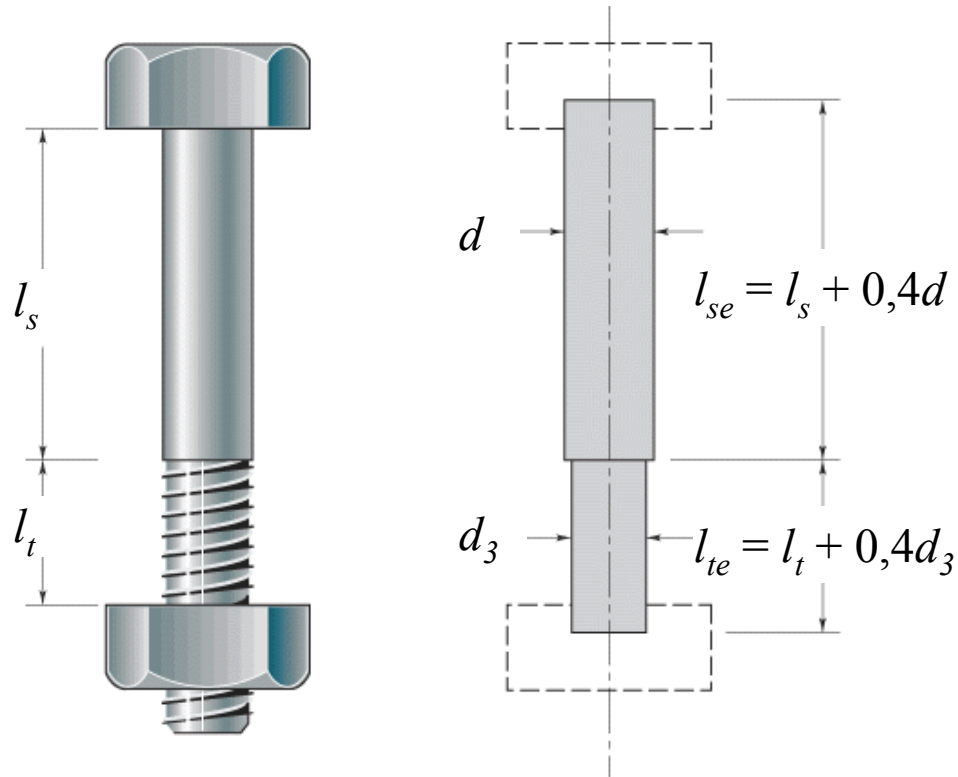
$$\delta = \varepsilon l = \frac{\sigma}{E} l = \frac{Pl}{AE}$$

$$k = \frac{P}{\delta} = \frac{AE}{l}$$

$$k = \frac{\text{m}^2}{1} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \frac{1}{\text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Tuhost šroubu

Tuhost šroubu se stanoví jako celková **tuhost soustavy sériově řazených pružin**. Při výpočtu tuhosti závitové části šroubu se vychází z malého průměru závitu šroubu d_3 , zatímco pro výpočet tuhosti ostatních částí se používá velký průměr závitu šroubu d .



$$\frac{1}{k_b} = \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{b3}} + \dots$$

$$\frac{1}{k_b} = \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{b2}}$$

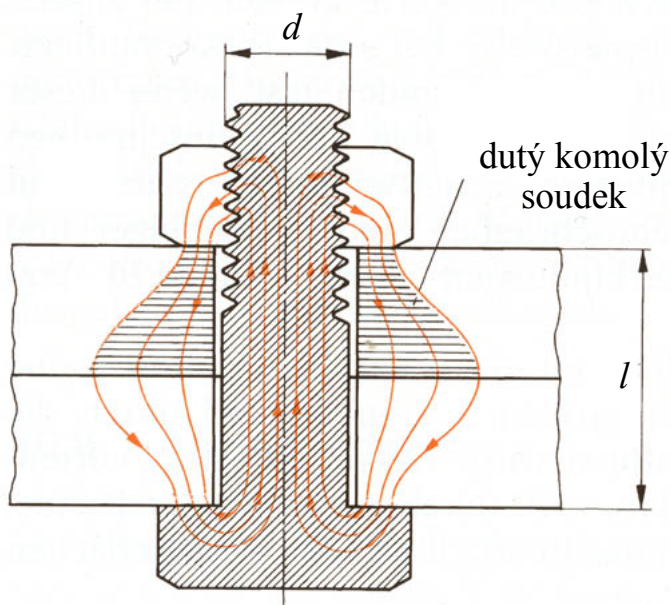
$$\frac{1}{k_b} = \frac{4}{\pi E} \left(\frac{l_{se}}{d^2} + \frac{l_{te}}{d_3^2} \right)$$

$$k_b = \frac{\pi E d^2 d_3^2}{4 (l_{se} d_3^2 + l_{te} d^2)}$$

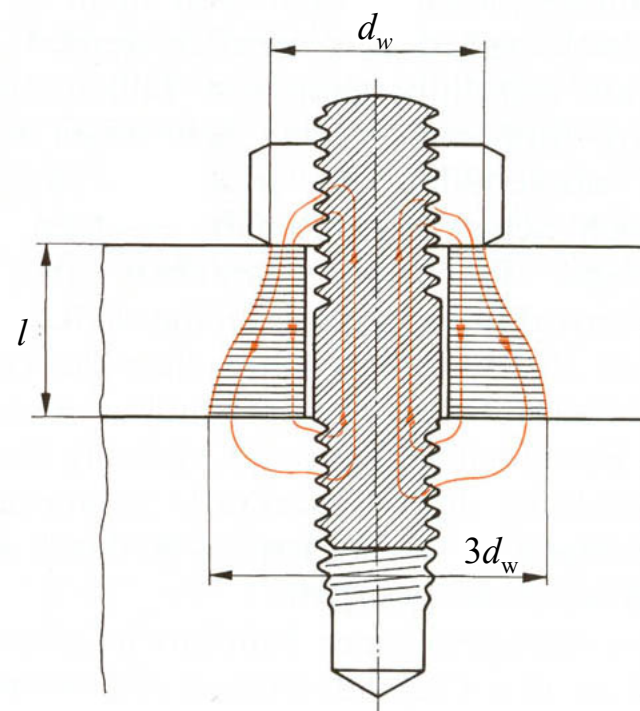
Tuhost spojovaných součástí

Rozložení napětí ve spojovaných součástech je komplikované. Experimenty (fotoelasticimetrie, ultrazvuk) a numerické výpočty (metoda konečných prvků) prokázaly, že napěťové pole má tvar připomínající **dutý komolý soudek**.

Šroub s maticí

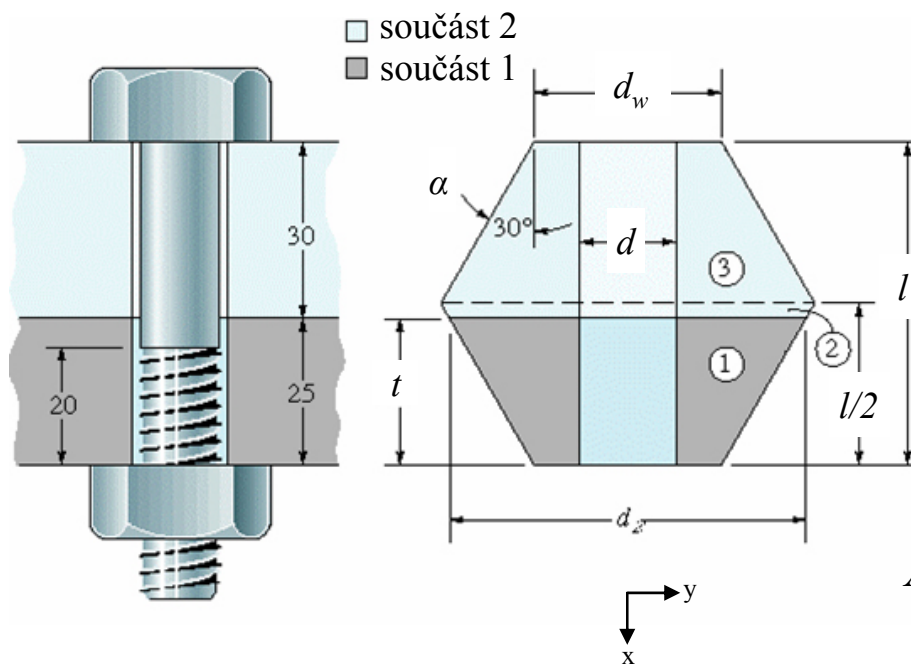


Závrtný šroub



Tuhost spojovaných součástí

Tuhost spojovaných součástí se stanoví jako celková tuhost soustavy sériově řazených pružin. Při jejím výpočtu se předpokládá, že vlivem předpětí šroubu se deformují pouze ty části spojovaných součástí nacházející se v nejtěsnější blízkosti šroubu. Dutý komolý soudek se nahrazuje **dutým komolým dvojkuželem** majícím vrcholový úhel 2α , přičemž $25^\circ \leq \alpha \leq 33^\circ$.



$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_{m1}} + \frac{1}{k_{m2}} + \frac{1}{k_{m3}} + \dots$$

$$d\delta = \frac{Pdx}{AE} \quad \delta = \frac{P}{E} \int_0^t \frac{dx}{A(x)}$$

$$A(x) = \pi \left[\left(x \operatorname{tg} \alpha + \frac{d_w}{2} \right)^2 - \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right]$$

$$A(x) = \pi \left(x \operatorname{tg} \alpha + \frac{d_w + d}{2} \right) \left(x \operatorname{tg} \alpha + \frac{d_w - d}{2} \right)$$

Tuhost spojovaných součástí

$$\delta = \frac{P}{\pi E} \int_0^t \frac{dx}{[x \operatorname{tg} \alpha + (d_w + d)/2][x \operatorname{tg} \alpha + (d_w - d)/2]}$$

$$\delta = \frac{P}{\pi E d \operatorname{tg} \alpha} \ln \frac{(2t \operatorname{tg} \alpha + d_w - d)(d_w + d)}{(2t \operatorname{tg} \alpha + d_w + d)(d_w - d)}$$

$$k_{mi} = \frac{P}{\delta_i} = \frac{\pi E_i d \operatorname{tg} \alpha}{\ln \frac{(2t_i \operatorname{tg} \alpha + d_w - d)(d_w + d)}{(2t_i \operatorname{tg} \alpha + d_w + d)(d_w - d)}}$$

Pro ocel, litinu nebo hliník je $\alpha = 30^\circ$

$$k_{mi} = \frac{0,5774 \pi E_i d}{\ln \frac{(1,155 t_i + d_w - d)(d_w + d)}{(1,155 t_i + d_w + d)(d_w - d)}}$$

V případě, že $E = E_1 = E_2 = E_3 = \dots$

$$k_m = \frac{k}{2} = \frac{\pi E d \operatorname{tg} \alpha}{2 \ln \frac{(l \operatorname{tg} \alpha + d_w - d)(d_w + d)}{(l \operatorname{tg} \alpha + d_w + d)(d_w - d)}}$$

U šroubů se šestihrannou hlavou platí $d_w = 1,5d$. Pro $\alpha = 30^\circ$ je tuhost spojovaných součástí

$$k_m = \frac{0,5774 \pi E d}{2 \ln \left(5 \frac{0,5774 l + 0,5d}{0,5774 l + 2,5d} \right)}$$

Na základě numerického řešení (MKP) byl odvozen vztah

$$k_m = EdA \exp\left(\frac{Bd}{l}\right)$$

A a B jsou konstanty, které mají následující hodnoty:

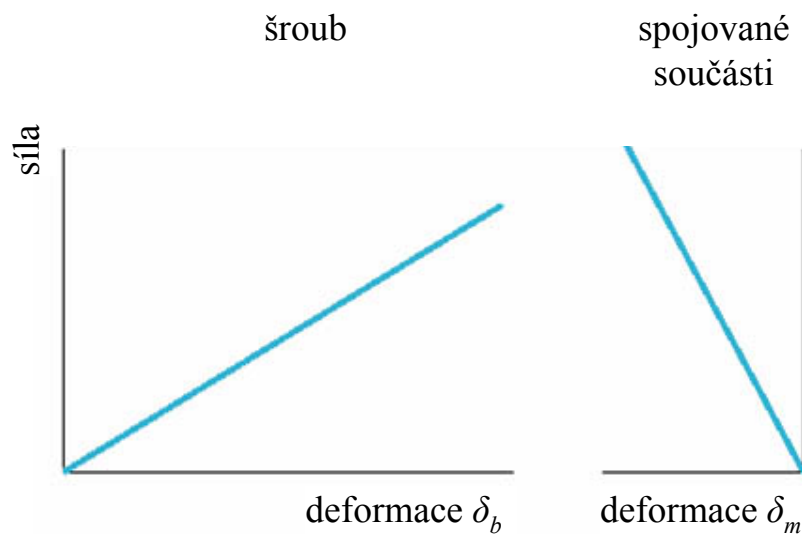
	A	B
ocel	0,78715	0,62873
hliník	0,79670	0,63816
litina	0,77871	0,61616

Přednáška 6 - Šrouby a šroubové spoje

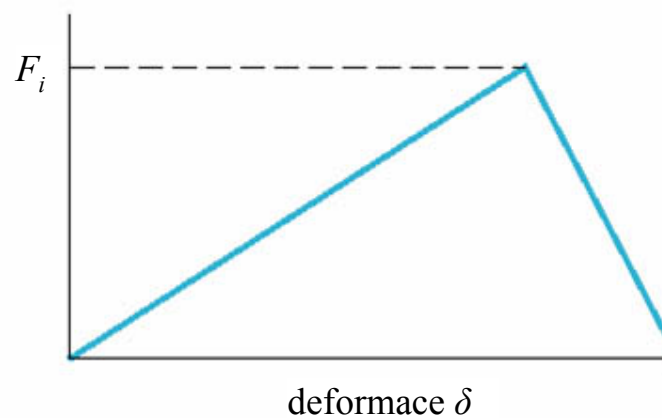
Silové poměry u předepjatého šroubového spoje

Po utažení je šroub namáhán silou předpětí F_i , která je stejně velká jako síla, kterou jsou k sobě přitlačovány spojované součásti. Současně dojde k prodloužení šroubu o hodnotu δ_b a ke stlačení spojovaných součástí o hodnotu δ_m . **Diagram předepjatého šroubového spoje** vznikne spojením diagramů síla-deformace šroubu a spojovaných součástí tak, aby se body odpovídající síle předpětí v obou diagramech ztotožnily.

Samostatné diagramy

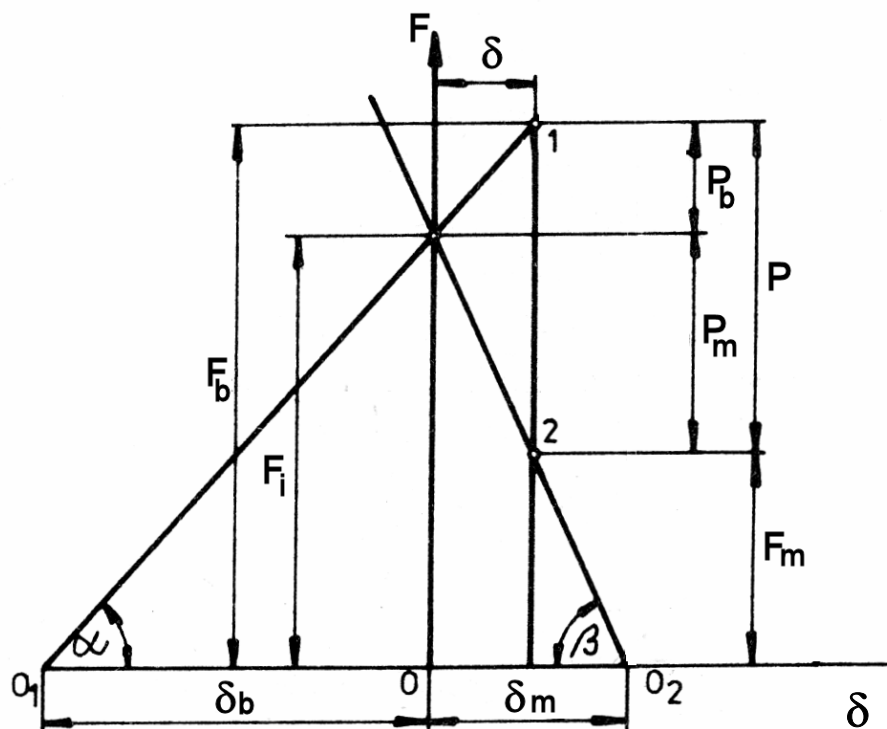


Spojené diagramy



Silové poměry u předepjatého šroubového spoje

Po zatížení statickou provozní silou P dojde k dalšímu prodloužení šroubu o hodnotu δ a uvolnění spojovaných součástí o stejnou hodnotu. Současně s tím vzroste síla ve šroubu z F_i na F_b a síla ve spojovaných součástech klesne z F_i na F_m . Mají-li zůstat spojované součásti za provozu přitlačeny např. z důvodu těsnosti, musí být $F_m > 0$.



$$\delta = \frac{P_b}{k_b} = \frac{P_m}{k_m} \quad P_m = P_b \frac{k_m}{k_b}$$

$$P_b = P - P_m = \frac{k_b P}{k_b + k_m} = CP$$

$$P_m = P - P_b = (1 - C)P$$

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$$

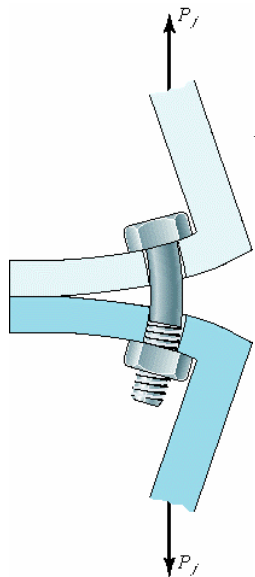
$$F_b = P_b + F_i = CP + F_i$$

$$F_m = F_i - P_m = F_i - (1 - C)P$$

Sticky zatížený šroubový spoj

Limitujícím faktorem pro výpočet bezpečnosti šroubu k vůči vzniku plastických deformací je minimální mez kluzu R_{el} nebo smluvní mez kluzu $R_{p0,2}$. Skutečnost, že spojované součásti musí být za provozu na sebe přitlačeny je vyjádřena bezpečností k_0 . Krouticí moment při utahování způsobuje smykové napětí, které zvyšuje namáhání šroubu.

Bezpečnost vůči zániku sevření



$$F_m = F_i - (1 - C)P_0 = 0$$

$$k_0 = \frac{P_0}{P}$$

$$k_0 = \frac{F_i}{P(1 - C)}$$

Bezpečnost vůči vzniku plastické deformace

$$\sigma_b = C \frac{P}{A_t} + \frac{F_i}{A_t}$$

$$\frac{CkP}{A_t} + \frac{F_i}{A_t} = R_e$$

$$k = \frac{R_e A_t - F_i}{CP}$$

Velikost předpětí

Dočasné spoje

$$F_i = 0,75F_p$$

Trvalé spoje

$$F_i = 0,90F_p$$

Zatížení na mezi kluzu

$$F_p = A_t R_e$$

Utahovací moment

Aby byla při montáži zaručeno dodržení stanoveného předpětí F_i , je nutno použít **momentového klíče** nebo elektrického či pneumatického **utahováku**. Nejpřesnější metodou stanovení předpětí je měření prodloužení šroubu např. pomocí mikrometru.

$$T = T_R + T_c = \frac{F_i d_2}{2} \frac{l \cos \alpha + \pi \mu d_2}{\pi d_2 \cos \alpha - \mu l} + \frac{F_i \mu_c d_c}{2}$$

$$T = \frac{F_i d_2}{2} \frac{\operatorname{tg} \lambda \cos \alpha + \mu}{\cos \alpha - \mu \operatorname{tg} \lambda} + \frac{F_i \mu_c d_c}{2}$$

$$d_c = \frac{d_w + d}{2} = \frac{1,5 d + d}{2} = 1,25 d \quad d_2 = d$$

$$T \approx K F_i d$$

$$K = \frac{1 \operatorname{tg} \lambda \cos \alpha + \mu}{2 \cos \alpha - \mu \operatorname{tg} \lambda} + 0,625 \mu_c$$

Velikost součinitele K závisí zejména na μ a μ_c . Pro $\mu = \mu_c = 0,15$ je $K = 0,20$ bez ohledu na velikost šroubu a jeho stoupání.

pneumatický
utahovák

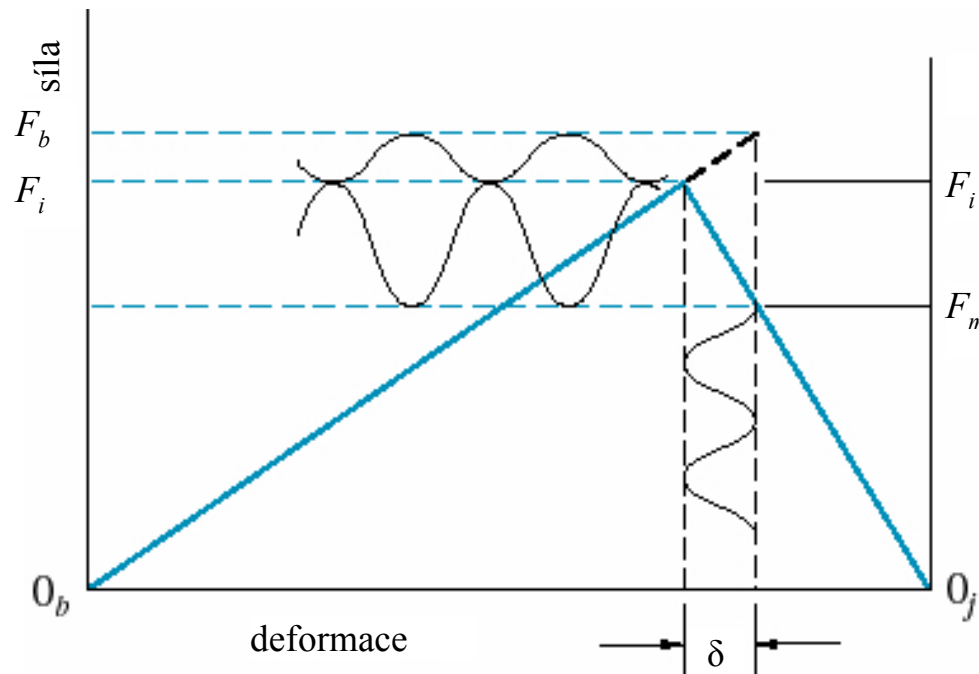


momentové
klíče



Dynamicky zatížený šroubový spoj

Při změně zatížení z P_{max} na $P_{min} = 0$ (míjivý cyklus provozní síly) dochází k zmenšení zatížení šroubu z $F_{b, max}$ na F_i při současném nárůstu síly ve spojovaných součástech z $F_{m, min}$ na F_i . Poněvadž je tuhost spojovaných součástí k_m větší, než tuhost šroubu k_b , je kolísání síly ve šroubu menší, než kolísání síly ve spojovaných součástech.



$$F_{ba} = \frac{F_b - F_i}{2}$$

$$F_{ba} = \frac{(CP + F_i) - F_i}{2} = \frac{CP}{2}$$

$$\sigma_a = \frac{CP}{2A_t} \quad \text{amplituda napětí}$$

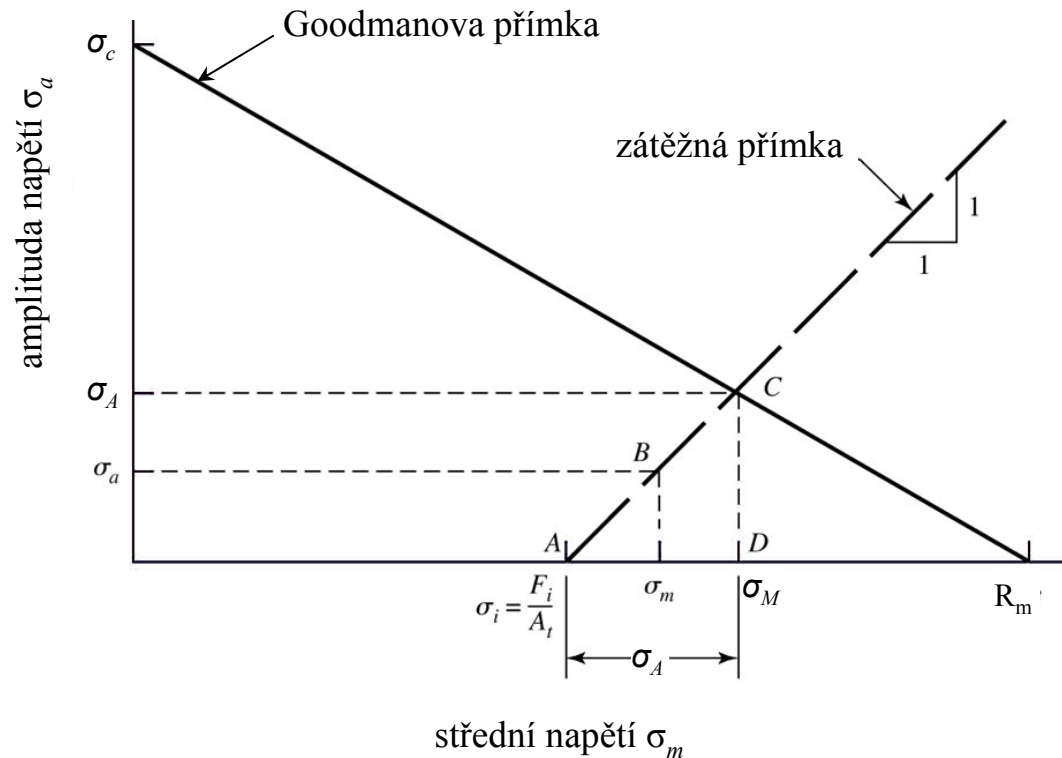
$$F_{bm} = \frac{F_b + F_i}{2}$$

$$F_{bm} = \frac{(CP + F_i) + F_i}{2} = \frac{CP}{2} + F_i$$

$$\sigma_m = \frac{CP}{2A_t} + \frac{F_i}{A_t} \quad \text{střední napětí}$$

Bezpečnost dynamicky zatíženého spoje

Bezpečnost vůči únavovému poškození šroubu se určí pomocí některého z kritérií únavového poškození (Gerberova, modifikovaného Goodmanova, Soderbergova nebo ASME).



$$\frac{\sigma_A}{\sigma_c} + \frac{\sigma_M}{R_m} = 1$$

$$\sigma_a = \sigma_m + \sigma_i \quad \sigma_M = \sigma_A + \sigma_i$$

$$\sigma_A = \frac{\sigma_c (R_m - \sigma_i)}{R_m + \sigma_c}$$

$$k = \frac{\sigma_A}{\sigma_a}$$

$$k = \frac{2\sigma_c (R_m A_t - F_i)}{CP(R_m + \sigma_c)}$$

Modifikovaná mez únavy válcovaných závitů šroubů

Grade or Class	Size Range	Endurance Strength
SAE 5	$\frac{1}{4}$ –1 in	18.6 kpsi
	$1\frac{1}{8}$ – $1\frac{1}{2}$ in	16.3 kpsi
SAE 7	$\frac{1}{4}$ – $1\frac{1}{2}$ in	20.6 kpsi
SAE 8	$\frac{1}{4}$ – $1\frac{1}{2}$ in	23.2 kpsi
ISO 8.8	M16–M36	129 MPa
ISO 9.8	M1.6–M16	140 MPa
ISO 10.9	M5–M36	162 MPa
ISO 12.9	M1.6–M36	190 MPa

*Repeatedly-applied, axial loading, fully corrected.